
Essai de théorie de l'évolution des formes de rivage en plages de sable et de galets

Roger Pelnard-Considère

Résumé

Les mesures, faites au modèle, du charriage de sable le long d'une plage sous l'action de la houle ont montré que pour des incidences faibles le transport est proportionnel à cette incidence. Dans ces conditions, il est possible de déterminer analytiquement les formes successives du rivage dans le cas où sur une cote rectiligne on vient établir un ouvrage de grande longueur arrêtant totalement le charriage pendant un certain temps.

Quelques essais en modèle ont permis une bonne vérification de cette théorie qui ne s'applique pas toutefois dans la zone « d'ombre » créée par l'ouvrage, ni dans le cas d'ouvrages très courts épis habituels).

Abstract

Model tests confirm the theory of the changing shapes of sand and stone beaches

Model tests on beach movement under wave action have shown that for small angles of wave incidence the transport is proportional to this angle. Under these conditions it is possible to determine analytically how the shape of the beach will alter in the case when, on a straight coast-line, a long structure has been built which completely eliminates beach movement for a certain length of time.

Some model tests have well confirmed this theory, which does not, however, apply to the "shadow zone" of the structure, nor to the case of short structures (spors).

Citer ce document / Cite this document :

Pelnard-Considère Roger. Essai de théorie de l'évolution des formes de rivage en plages de sable et de galets. In: Les énergies de la mer. Compte rendu des quatrièmes journées de l'hydraulique, Paris, 13, 14 et 15 juin 1956. Tome 1, 1957;

https://www.persee.fr/doc/jhydr_0000-0001_1957_act_4_1_3370

Fichier pdf généré le 22/10/2020

cette limite, la zone de repos devient une zone d'éboulement à pente très raide;

b) Si cet avancement est très rapide, comme cela se produit dans le cas d'établissement d'une digue en mer, la zone littorale se déplace parallèlement à elle-même et la seconde zone n'a pratiquement pas le temps de se modifier à quelque distance du rivage. On peut en général admettre qu'il se produit un avancement du rivage à profondeur constante.

2° RECUIL DU RIVAGE

Il se produit en général un plateau assez marqué à une profondeur voisine de celle du contact entre la zone littorale et le plateau. La zone littorale recule d'un bloc sans se déformer.

3° CHEMINEMENT DES MATÉRIAUX SOUS L'ACTION DE LA HOULE

Pratiquement, ces cheminements ne se produisent que dans la zone littorale, et même dans la

zone de déferlement. Nous avons indiqué en 1935 que le cheminement croissait jusqu'à une valeur de l'angle d'incidence α d'environ 65° (*), et décroissait ensuite, mais que toute direction de rivage rectiligne correspondant à un angle supérieur à 65° donnait un équilibre instable. L'angle de 65° était, à notre avis, celui des flèches de sable dans une zone soumise à une houle uniforme. Depuis cette époque, nous avons eu en 1953 l'occasion d'établir un rapport où nous exposons que le cheminement devait diminuer jusqu'à une valeur de α égale à 90° pour laquelle le cheminement était nul. Cette façon de voir a été confirmée en particulier par des expériences du Laboratoire Dauphinois d'Hydraulique, dont les résultats ont été rapportés au V^e Congrès du Coastal Engineering. La seule différence était que le maximum du cheminement ne semble pas toujours se produire pour la même incidence.

Pour des valeurs faibles de l'angle d'incidence, on peut admettre que le cheminement est proportionnel à l'angle d'incidence.

MISE EN ÉQUATION DU PROBLÈME

Nous supposons un fond inaffouillable horizontal à une profondeur h au-dessous de la cote du sommet de la plage (cote atteinte par le déferlement).

Les crêtes de la houle sur le fond horizontal font, avec le rivage initial rectiligne, un angle α_0 inférieur à 25° , et il règne le long du rivage initial un cheminement q_0 que nous appellerons le cheminement de base.

En un point quelconque M d'abscisse x du nouveau rivage en cours d'évolution (fig. 2) la

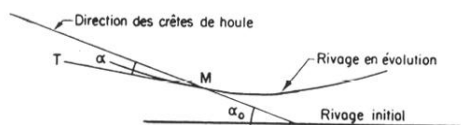


Fig. 2. — Angles d'incidence de la houle.

tangente MT fait, avec la direction de la houle, un angle α .

α et α_0 étant assez faibles, on peut admettre que le cheminement q au point M est donné par la relation :

$$q = K \left(\operatorname{tg} \alpha_0 - \frac{\partial y}{\partial x} \right);$$

$y = f(x, t)$ étant l'équation donnant la forme du rivage aux différentes époques t .

Soit M' le point correspondant à l'abscisse $x + dx$ à la même époque t que le point M.

$K(\partial^2 y / \partial x^2) dx$ représente la différence de cheminement entre M et M', et donc l'accumulation

de matériaux entre ces deux points. Or cette accumulation est évidemment égale à $h(\partial y / \partial t) dx$.

La famille de courbes représentant les formes successives du rivage devra donc satisfaire à l'équation aux dérivées partielles suivantes :

$$K \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = h \frac{\partial y}{\partial t}$$

ou, en posant $K/h = a$:

$$a \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\partial y}{\partial t} \quad (1)$$

Le coefficient a possède la signification suivante : soit S_0 la surface qu'occuperait avec l'épaisseur uniforme h le cheminement de base q_0 ; on a : $S_0 = (K \operatorname{tg} \alpha_0) / h$ et S_0 peut être appelée la surface annuelle d'accumulation de base (ou correspondant à l'incidence α_0).

On a dès lors : $a = S_0 / \operatorname{tg} \alpha_0$; a serait également la surface annuelle d'accumulation correspondant à un radian (ou 57° environ) si la courbe des cheminements en fonction de x était linéaire jusqu'à ces valeurs élevées de α . a ne dépend que de la puissance de transport de la houle et de la profondeur h .

(*) Cette incidence est mesurée soit très au large s'il s'agit de phénomènes à l'échelle géologique, soit (cas général du résultat de travaux effectués par l'homme) sur le plateau à la profondeur à laquelle commence à se manifester l'effet de ces travaux.

Première catégorie de solutions.

Considérons maintenant une digue enracinée dans le rivage perpendiculairement à celui-ci (fig. 3).

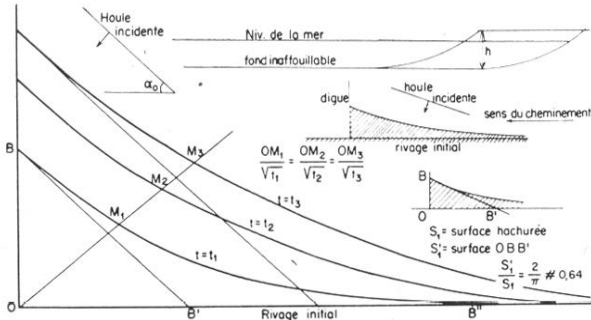


FIG. 3. — Première catégorie de solutions (digue arrêtant tout cheminement).

Tout cheminement sera arrêté par l'ouvrage pendant un certain temps, et pratiquement jusqu'à ce que le rivage soit parvenu à une faible distance du musoir. Pendant cette période, le débit sera nul de long de l'ouvrage, ce qui veut dire que le rivage, à son aboutissement sur la digue, sera parallèle aux crêtes des vagues.

Les conditions aux limites sont donc :

- Pour $t = 0$, rivage suivant Ox ($y = 0$);
- Pour $x = 0$, $\partial y / \partial x = \text{tg } \alpha_0$.

Les rivages successifs forment une famille de courbes Γ dont l'équation est :

$$y = \frac{\text{tg } \alpha_0}{\sqrt{\pi}} \left[\sqrt{4at} e^{-x^2/4at} - x \sqrt{\pi} E \left(\frac{x}{\sqrt{4at}} \right) \right]$$

$E(u)$ étant l'intégrale bien connue :

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_u^\infty e^{-q^2} dq.$$

Des tables nombreuses donnent les valeurs de $E(u)$ ou plus souvent celles de :

$$\Phi(u) = 1 - E(u)$$

On voit donc que le rivage au temps t_2 se déduit du rivage au temps t_1 , en faisant subir à ce dernier une homothétie de centre o et de rapport $\sqrt{t_2/t_1}$.

Au temps $t = 1/4 a$, on obtient le rivage C_c d'équation :

$$y = \text{tg } \alpha_0 \left(\frac{e^{-x^2}}{\sqrt{\pi}} - x E(x) \right)$$

et la tangente au point de rencontre avec la digue coupe le rivage initial au point d'abscisse $1/\sqrt{\pi}$

et la digue au point d'ordonnée $\text{tg } \alpha_0 / \sqrt{\pi}$. Au temps t , ces valeurs deviennent :

$$2 \sqrt{at/\pi} \text{ et } 2 \text{tg } \alpha_0 \sqrt{at/\pi}.$$

L'expression entre parenthèses peut être calculée une fois pour toutes et la table ainsi obtenue pourra être utilisée quelles que soient les données du problème considéré.

Considérons une forme du rivage à un instant quelconque; soit B le point où ce rivage aboutit sur la digue et B' le point où la tangente en B coupe le rivage initial. Soit S_1 la surface comprise entre le rivage et les axes de coordonnées, S_1' la surface du triangle OBB' . Il est facile de voir (par exemple en prenant le rivage à l'instant $1/4 a$, que $S_1'/S_1 = 2/\pi = 0,64$). D'autre part, la dérivée logarithmique $(\partial y / \partial x) / y$ augmente très rapidement en valeur absolue et il en résulte que les formes de rivages sont très différentes d'une courbe de forme exponentielle e^{-mx} ; il est possible de définir pratiquement et avec assez de précision un point de tangence avec le rivage initial. Ce point B'' se trouve à une distance de l'origine égale à $2,7 \times OB'$.

On en déduit une autre construction du rivage au bout de l'unité de temps (une année). On détermine la surface annuelle d'accumulation de base S_0 , comme indiqué plus haut.

On détermine le point B_1 sur la digue et B'_1 sur le rivage initial tels que $B_1 B'_1$ soit parallèle aux crêtes de houle et que :

$$\text{Surface triangle } OB_1 B'_1 = \frac{2}{\pi} S_0 = 0,64 S_0.$$

On détermine un point B''_1 sur le rivage initial tel que $OB''_1 = 2,7 OB'_1$.

Le rivage peut être assimilé à l'ellipse tangente en B_1 à la digue et en B''_1 au rivage initial.

Ces résultats ne sont pas applicables seulement au cas de la digue arrêtant tout transport de matériaux, mais également à ceux qui sont schématisés sur la figure 4, et d'une manière

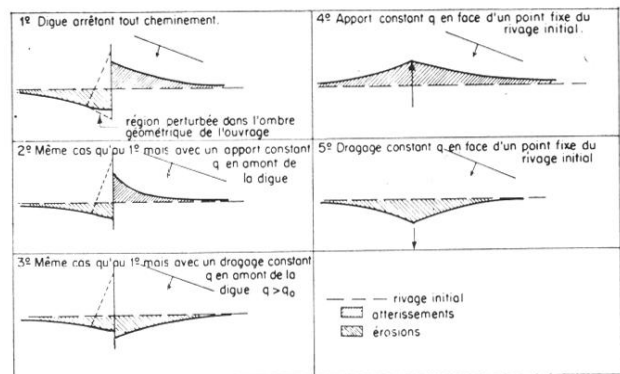


FIG. 4. — Différents cas d'application des solutions de la figure 3.

générale à tous les cas où l'on maintient suivant une orientation constante la tangente au rivage à l'intersection de celui-ci avec une perpendiculaire au rivage. La seule condition est que l'angle α_0 soit assez faible.

En particulier, les érosions en aval d'une digue perpendiculaire au rivage seront symétriques des engraisements à l'amont, à condition que le plateau presque horizontal qui se formerait en cas de recul du rivage sans limitation de profondeur se trouve à une cote inférieure au fond horizontal imposé, et sous réserve également des perturbations apportées dans la zone d'ombre géométrique de l'ouvrage par la modification de la houle moyenne.

Deuxième catégorie de solutions (fig. 5).

Supposons maintenant que nous reprenions le cas de la digue étudiée plus haut, mais au lieu de laisser cet ouvrage jouer son rôle d'obstacle

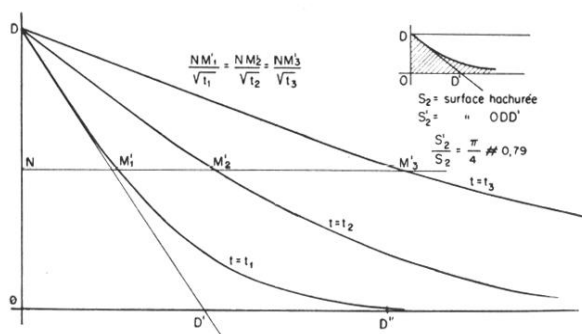


FIG. 5. — 2^e Catégorie de solutions (point D fixe).

à tout cheminement, nous faisons en sorte que le rivage passe obligatoirement par un point D situé contre la digue. Si donc le rivage a tendance à venir entre ce point et le rivage initial, on ajoute des matériaux, et on en enlève dans le cas contraire. Ce dernier cas correspond à celui d'une digue en plage de galets dont les parages du musoir sont atteints par l'avancement de la côte. Ce rivage est ensuite pratiquement fixé en un point situé à quelques mètres du musoir, et celui-ci est franchi par une quantité de matériaux exactement égale à ce qui est nécessaire pour fixer le rivage en ce point.

Ces nouvelles conditions aux limites (rivage suivant Ox à l'origine, $y = y_0$ constant pour $x = 0$) donnent encore un cas de résolution facile de l'équation (1) aux dérivées partielles (*).

(*) On trouve cette solution dans l'étude de la répartition de la température dans un milieu semi-infini limité par une paroi quand, en partant d'une température uniforme, on élève brusquement la température de la paroi.

Ces rivages successifs forment une famille de courbes Γ' dont l'équation est :

$$y = OD \times E(x/\sqrt{4at})$$

et dérivent les uns des autres par affinité. Si C'_{t_1} et C'_{t_2} sont les formes du rivage aux époques t_1 et t_2 on obtient C'_{t_2} en multipliant les abscisses de C'_{t_1} par le rapport $\sqrt{t_2/t_1}$.

Au temps $t = 1/4 a$, on obtient le rivage C'_c défini par : $y = OD \times E(x)$.

La tangente en B coupe alors le rivage initial en un point D'_c tel que $OD'_c = \sqrt{\pi}/2$.

Au temps t , la tangente à l'origine coupe le rivage initial au point D' d'abscisse :

$$\sqrt{\pi}/2 \times \sqrt{t} \times \sqrt{4a} = \sqrt{\pi at}$$

Il est très important de constater que la position de ces points D'_c et D' est indépendante de la longueur OD et de l'angle de la houle avec la côte. Elle ne dépend que de a qui ne dépend lui-même que de la puissance de transport de la houle et de la profondeur h .

D'autre part, la pente de la tangente en D est de la forme m/\sqrt{t} . La moyenne de cette pente entre les instants 0 et t sera donc égale à $2m/\sqrt{t}$ et l'accumulation moyenne sera le double du débit correspondant à l'inclinaison de la tangente en D à l'instant t .

Cette inclinaison est donnée par la relation :

$$\text{tg } \beta = \frac{OD}{\sqrt{\pi at}}$$

L'accumulation sera donc égale à :

$$\frac{2 OD \times K \times t}{\sqrt{\pi at}} = \frac{2 OD \sqrt{t}}{\sqrt{\pi a}} \times K$$

et la surface S_2 comprise entre le rivage à l'instant t et les axes de coordonnées sera :

$$S_2 = \frac{2 OD \sqrt{t}}{\sqrt{\pi a}} \times \frac{K}{h} = \frac{2 OD \sqrt{at}}{\sqrt{\pi}}$$

D'autre part, la surface du triangle ODD' est :

$$S'_2 = \frac{OD \sqrt{\pi at}}{2}$$

On a donc :

$$\frac{S'_2}{S_2} = \frac{\pi}{4} \approx 0,79$$

Pratiquement, on peut admettre que le nouveau rivage se détache de l'ancien au point D'' d'abscisse $2 OD'$. Il peut être assimilé à un arc

d'ellipse tangent en D'' au rivage initial et à la droite DD' en un point situé au quart de la distance DD' à partir de D.

Il faut toutefois remarquer que les premières formes du rivage correspondent à des angles α voisins de $90^\circ - \alpha_0$. La théorie n'est donc pas rigoureusement applicable dès le début de ce phénomène. La forme obtenue quand α atteint en décroissant par exemple 30° (à partir de laquelle on peut admettre que q est proportionnel à $\text{tg } \alpha$), sera donc différente de la forme théorique. Mais cette différence ira en s'atténuant et la théorie ci-dessus donne une approximation suffisante de l'allure du phénomène au-delà de l'époque à laquelle $\alpha = 30^\circ$.

Troisième catégorie de solutions (fig. 6).

Ce sont les formes successives de rivage correspondant à l'équation :

$$y = b \frac{e^{-x^2/4 at}}{\sqrt{t}}$$

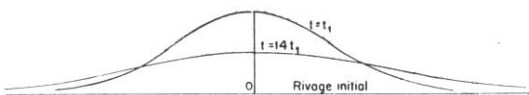


FIG. 6. — 3^e catégorie de solutions (apport brusque de matériaux en face du point O du rivage initial).

Pour une valeur donnée de b on obtient, en faisant varier t , une famille Γ'' de courbes qui présentent la particularité importante de délimiter entre elles et l'axe des x une surface constante S_3 et l'équation de la famille de courbes peut être mise sous la forme :

$$y = \frac{S_3}{2\sqrt{\pi at}} e^{-x^2/4 at}$$

On obtient ainsi la solution du problème suivant : quelle est l'évolution du rivage primitivement en équilibre (rectiligne) après apport brusque en un point de ce rivage d'une quantité de matériaux $S_3 \times h$. Il se formera d'abord une intumescence d'une forme quelconque qui peu à peu évoluera en se rapprochant de la forme classique de la courbe « en cloche » utilisée dans le calcul des probabilités.

L'évolution se fera de la façon suivante : le rivage au temps t_2 se déduit du rivage au temps t_1 en multipliant les abscisses et en divisant les ordonnées par le même nombre $\sqrt{t_2/t_1}$. La bosse formée sur le rivage s'aplatit en s'étalant.

Cette catégorie de solutions n'a pas seulement pour intérêt de permettre de résoudre le problème ci-dessus, mais également de suivre l'évolution d'un rivage de forme quelconque, en opérant

par exemple par intégration graphique en admettant qu'on introduit initialement sur chaque élément de longueur dx du rivage en équilibre une quantité de matériaux égale à $y_0 h dx$, y_0 étant l'ordonnée de la courbe définissant le rivage initial.

Supposons maintenant que le rivage initial, au lieu d'être rectiligne, se rapproche d'une des courbes C ou C' étudiées plus haut (avec mêmes conditions aux limites), la surface comprise entre l'axe des x et le rivage initial étant la même que celle correspondant à cette courbe C ou C'.

Le rivage se rapprochera de plus en plus des formes successives de rivage faisant suite à la courbe C ou C', et la loi suivant laquelle les différences iront en s'atténuant peut être déterminée en chaque point par intégration graphique.

C'est la méthode qui sera utilisée ci-après pour l'étude de l'évolution du rivage dans le cas où l'on établit une digue qui arrête d'abord tout cheminement pendant un certain temps, et est ensuite contournée.

Cas réel de l'établissement d'une digue perpendiculaire à un rivage rectiligne (fig. 7).

Supposons que nous établissions une digue OB sur un rivage qui est le siège d'un cheminement de base q_0 . Le rivage va d'abord s'avancer suivant la première loi établie plus haut jusqu'au

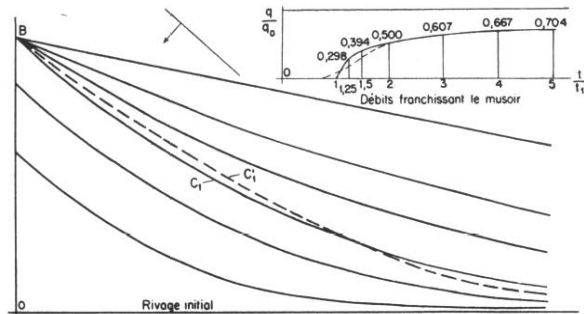


FIG. 7. — Cas réel de la construction d'une digue.

moment où les matériaux vont commencer à franchir le musoir. S'il s'agit de galets dont les transports se font tout près de la ligne zéro, on peut admettre que le rivage s'avance en fait jusqu'en B, puis se stabilise en ce point. Au moment t où B est atteint, le rivage a une forme C_1 de la famille Γ et on a :

$$\frac{2 \text{tg } \alpha_0 \sqrt{at_1}}{\sqrt{\pi}} = OB$$

A partir de ce moment, l'évolution va tendre à se produire suivant la famille Γ' . Il n'existe

naturellement pas de courbes de cette famille se superposant à la courbe C_1 , mais il en existe une, C'_1 , qui s'en rapproche beaucoup, limitant avec les axes de coordonnées la même surface. et correspondant donc au même volume accumulé.

On doit avoir, en adoptant les notations précédentes :

$$S_2 = S_1$$

ou :

$$S'_1 \times \frac{\pi}{2} = S'_2 \times \frac{4}{\pi}$$

d'où on tire :

$$\frac{S'_1}{S'_2} = \frac{8}{\pi^2}$$

La courbe C'_1 cherchée aura donc en B une tangente dont l'inclinaison β sera telle que :

$$\text{tg } \beta = \frac{8}{\pi^2} \text{tg } \alpha_0 = 0,811 \text{tg } \alpha_0$$

Donc :

$$\text{tg } \alpha_0 - \text{tg } \beta = 0,189 \text{tg } \alpha_0.$$

La courbe C'_1 serait donc obtenue dans la deuxième catégorie de solutions (point fixe B) au bout d'un temps t'_1 tel que :

$$\frac{OB}{\sqrt{\pi a t'_2}} = \frac{8}{\pi^2} \text{tg } \alpha_0$$

Nous avons vu que :

$$\frac{2 \text{tg } \alpha_0}{\sqrt{\pi}} \sqrt{a t_1} = OB$$

On a donc :

$$\frac{t'_1}{t_1} = \frac{\pi^2}{16} = 0,62$$

Si donc le rivage avait la forme C'_1 , il évoluerait à partir du temps t_1 comme si, à partir du temps $0,38 t_1$, on avait fixé le point B en partant du rivage initial rectiligne.

Dans ces conditions, l'angle β de la tangente en B avec la direction du rivage initial est donné par :

$$\text{tg } \beta = \frac{OB}{\sqrt{\pi a (t - 0,38 t_1)}}$$

et le débit franchissant le musoir est :

$$\begin{aligned} q &= q_0 - \frac{K \times OB}{\sqrt{\pi a (t - 0,38 t_1)}} \\ &= q_0 \left(1 - \frac{OB}{\text{tg } \alpha_0 \sqrt{\pi a (t - 0,38 t_1)}} \right) \\ &= q_0 \left(1 - \frac{0,638}{\sqrt{(t/t_1) - 0,38}} \right) \end{aligned}$$

On obtient les valeurs suivantes :

t/t_1	q/q_0
1	0,189
1,25	0,315
1,5	0,397
2	0,498
3	0,605
4	0,665
5	0,703

Mais nous avons vu que la courbe réelle C_1 , obtenue au bout du temps t , ne coïncide pas avec la courbe C'_1 dont l'évolution ultérieure donne les débits franchissant le musoir tels qu'ils viennent d'être calculés.

Les différences entre C_1 et C'_1 ont l'allure de la figure 8, la tangente à l'origine ayant la valeur $0,189 \text{tg } \alpha_0$.



FIG. 8.
Différence entre les ordonnées des courbes C_1 et C'_1 de la figure 7.

En vertu de la forme linéaire de l'équation aux dérivées partielles, les ordonnées du rivage réel seront la somme des ordonnées des courbes de la famille Γ' succédant à C'_1 et de celles correspondant à l'évolution du rivage initial (au temps t_1) correspondant à la figure 8 quand on impose la fixité du point O.

Nous avons résolu ce problème en cherchant d'abord l'évolution du rivage au point O (supposé non fixé artificiellement) sous l'action d'une quantité de sable introduite à l'origine en chaque point du rivage, et égale au volume compris entre l'axe des x et le rivage, et en cherchant les quantités à enlever au droit du point O pour ramener à chaque instant le rivage en ce point.

Le calcul est assez laborieux et se fait par plusieurs intégrations graphiques. Le résultat est le suivant :

t/t_1	Débit supplémentaire franchissant le musoir / q_0
1	- 0,189
1,250	- 0,017
15	- 0,003
2	+ 0,002
3	+ 0,002
5	+ 0,001

On en déduit que très rapidement, et en pratique à partir du temps $t = 1,5 t_1$, les débits franchissant le musoir sont simplement ceux calculés plus haut à partir de la couche C'_1 . En ajoutant les corrections trouvées ci-dessus, on

obtient les valeurs suivantes qui ont été portées sur le graphique de la figure 7 :

t/t_1	q/q_0
1	0
1,25	0,298
1,5	0,394
2	0,500
3	0,607
4	0,667
5	0,704

Dans la réalité, quand il s'agit notamment de sable, il commence à passer des matériaux autour du musoir avant l'époque théorique où le rivage au contact de l'ouvrage devrait atteindre le point qui sera plus tard la position stable définitive. Cette augmentation de passage doit être compensée par une réduction qui, pensons-nous, doit se limiter à une période assez courte après l'instant t_1 . La courbe vraie devrait donc avoir l'allure du tracé en pointillé de la figure 7.

VÉRIFICATION EN MODÈLE RÉDUIT

Nous possédons les résultats d'un essai fait par le Laboratoire Dauphinois d'Hydraulique, et rapportés dans une note de M. VINCENT de décembre 1954.

Nous allons appliquer la théorie exposée ci-dessus et rechercher, d'une part les formes de rivage théoriques à différentes époques, et d'autre part les débits théoriques franchissant le musoir à partir du moment où celui-ci est atteint par l'ensablement.

Les conditions expérimentales étaient les suivantes :

Matériau: Pierre ponce de granulométrie 1-2 mm, densité humide peu différente de 1,36;

Houle: Longueur d'onde en eau profonde

$$(h_0 = 1,10 \text{ cm}) (T = 0,84 \text{ s})$$

(par 10 cm de fond, $L = 75 \text{ cm}$),

amplitude par 10 cm de fond :

$$2,7 \text{ cm } (2 a_0 \# 2,7),$$

Direction : par fonds de 10 cm, les crêtes font avec la direction du rivage un angle égal à 22° ;

La hauteur d'eau au-dessus du fond horizontal était 10 cm;

Le débit solide littoral : $1,2 \text{ dm}^3/\text{mn}$.

Nous allons d'abord déterminer le coefficient a de notre théorie. Il nous suffit pour cela de mesurer la surface occupée par les ensablements à un moment quelconque avant franchissement de l'épi, et nous prendrons naturellement, pour avoir plus de précision, la forme du rivage à l'instant le plus rapproché du début du franchissement, soit 161 mn ou 2,68 h, soit un peu avant le début du franchissement.

Nous modifions tout d'abord légèrement la figure donnée par le Laboratoire pour les différentes formes de rivages, en observant que l'épi est constitué, du côté des ensablements, par un talus incliné et nous donnons à la position théorique

de l'épi la position correspondant au milieu de ce talus.

La surface comprise entre le rivage à l'instant 2,68 h, le rivage initial et l'épi, est dans ces conditions de $1,358 \text{ m}^2$; $\text{tg } \alpha_0 = \text{tg } 22^\circ = 0,384$.

On a donc :

$$a = \frac{1,358}{2,68 \times 0,384} = 1,320 \text{ m}^2/\text{h}$$

Il faut maintenant déterminer le point où se fixe définitivement le rivage au contact de l'épi au bout d'un certain temps. Pour cela, nous avons éliminé les derniers 60 cm en partant de l'épi et qui représentent manifestement une zone perturbée par les phénomènes de déferlement sur l'ouvrage. Les rivages au temps 8,63; 11,20; 14 et 15,73 h convergent très sensiblement au point situé sur l'épi et à une distance du rivage initial égale à 0,89 m.

Ce point serait atteint théoriquement par le rivage au bout d'un temps tel que :

$$0,89 = \frac{0,384 \times 2}{\sqrt{\pi}} \times \sqrt{1,320 \times t_1}$$

$$\text{D'où : } t_1 = 3,20 \text{ h } (192 \text{ mn}).$$

1° Avant franchissement de l'ouvrage par les sables.

Nous avons tracé les rivages théoriques aux instants 1,17 et 2,68, en nous servant des tables que nous avons établies à cet effet.

Les intersections des rivages théoriques avec l'épi se trouvent respectivement à des distances du rivage initial égales à :

$$0,89 \times \sqrt{\frac{1,17}{3,20}} \quad \text{et} \quad 0,89 \times \sqrt{\frac{2,68}{3,20}}$$

soit à 0,54 m et 0,815 m.

2° Après franchissement de l'ouvrage par les sables.

Nous avons tracé la courbe C'_1 correspondant à la famille de courbes Γ' à l'instant $t_1 = 3,20$, et dont la déformation par dilatation des abscisses de rapport :

$$\sqrt{\frac{t - 0,38 t_1}{0,62 t_1}} = \sqrt{\frac{(t/t_1) - 0,38}{0,62}}$$

donne la forme théorique du rivage au temps t .

Cette courbe C'_1 part de l'épi au point situé à une distance du rivage initial égale à 0,89 m et avec une inclinaison sur ce rivage initial dont la tangente est égale à $0,384 \times 8/\pi^2 = 0,310$.

Nous avons tracé les positions théoriques du rivage à l'époque la plus voisine de $2 t_1$, soit à l'époque 6 h. et à la fin de l'essai (15,73 h.).

La figure 9 donne en traits pleins les résultats obtenus en Laboratoire et en pointillé les formes théoriques du rivage. Nous pensons pouvoir dire

que la concordance est très bonne, malgré les perturbations locales près de l'épi; ces perturbations semblent dues au déferlement de la houle sur la face amont de l'ouvrage (tant que l'extrémité n'est pas atteinte), ce qui fait reculer le rivage dans cette région. Au contraire, quand les sables ont pratiquement atteint le musoir, il est normal de penser qu'il se produit sur la tête de celui-ci, et notamment sur sa face aval, un courant de houle accéléré qui attire les sables et donne au contact de l'ouvrage une avancée locale du rivage.

Il résulte de ces perturbations que la loi d'avancement du rivage au contact même de l'ouvrage se trouve modifiée, mais il nous semble très intéressant de constater à quel point ces discordances avec la théorie sont localisées.

D'autre part, la figure 10 donne la comparaison entre les débits théoriques franchissant le musoir et les quantités réelles — là encore la concordance paraît très bonne dans l'ensemble.

CONCLUSIONS :

LOIS DES ÉPIS ÉMERGEANT DE GRANDE LONGUEUR EN PROFONDEUR CONSTANTE

1° En amont d'un épi, il se produit des ensablancements donnant des rivages successifs se déduisant les uns des autres par une homothétie dont le centre est l'enracinement de l'ouvrage et le rapport la racine carrée des temps..

2° Après franchissement de l'ouvrage au temps t_1 , la position du rivage au contact de la face amont se stabilise rapidement et les formes successives du rivage se déduisent les unes des autres par affinité, le rivage au temps t_3 se déduisant du rivage au temps t_2 par une dilatation des abscisses (distances à l'ouvrage parallèlement au rivage initial) de rapport :

$$\sqrt{\frac{t_3 - 0,38 t_1}{t_2 - 0,38 t_1}}$$

3° Les quantités de matériaux franchissant le musoir de l'ouvrage après l'époque t_1 du début de contournement, croissent d'abord très rapidement pour atteindre le tiers de cheminement de base à l'époque $1,25 t_1$, puis plus lentement : la moitié de ce cheminement de base est atteinte à l'époque $2 t_1$ et les deux tiers à l'époque $4 t_1$.

4° Ces résultats ne sont rigoureux qu'avec des galets. Avec des sables, le début de contournement (avec une fraction d'ailleurs très faible du cheminement de base) se produit un peu avant l'époque t_1 , mais les formes de rivage ne sont que peu affectées par ce phénomène et il est possible, pour les déterminer, de se baser sur les résultats théoriques obtenus à partir de

l'époque t_1 qu'il est facile de calculer.

5° Au contact même de l'ouvrage, il se produit des perturbations localisées qui ne prennent de l'importance que pour des ouvrages très courts.

6° Un apport massif de matériaux pendant un temps relativement court en un point d'un rivage rectiligne donne naissance à une intumescence prenant peu à peu la forme « en cloche » ($y = me^{-nx^2}$). Cette cloche se déforme par dilatation des abscisses proportionnellement à la racine carrée des temps depuis le moment de l'apport et réduction des ordonnées dans le rapport inverse.

7° Il est remarquable que, quelle que soit la direction de la houle, la longueur de l'épi ou la quantité de sable introduite brusquement sur le nouveau rivage, la distance à laquelle se fait sentir cette perturbation au bout d'un certain temps est, avec une approximation de 15 %, égale à $3,5 \sqrt{at}$ et ne dépend donc que de la puissance de transport et de l'épaisseur des atterrissements.

Si, par exemple, le cheminement de base est de 1.000.000 de m^3 par an avec une incidence de 15°, et que le plateau sur lequel se forment les atterrissements soit à 15 m au-dessous du niveau supérieur de la plage :

$$a = \frac{1.000.000 \times 57,5}{15 \times 15} = 255.000 \text{ m}^2$$

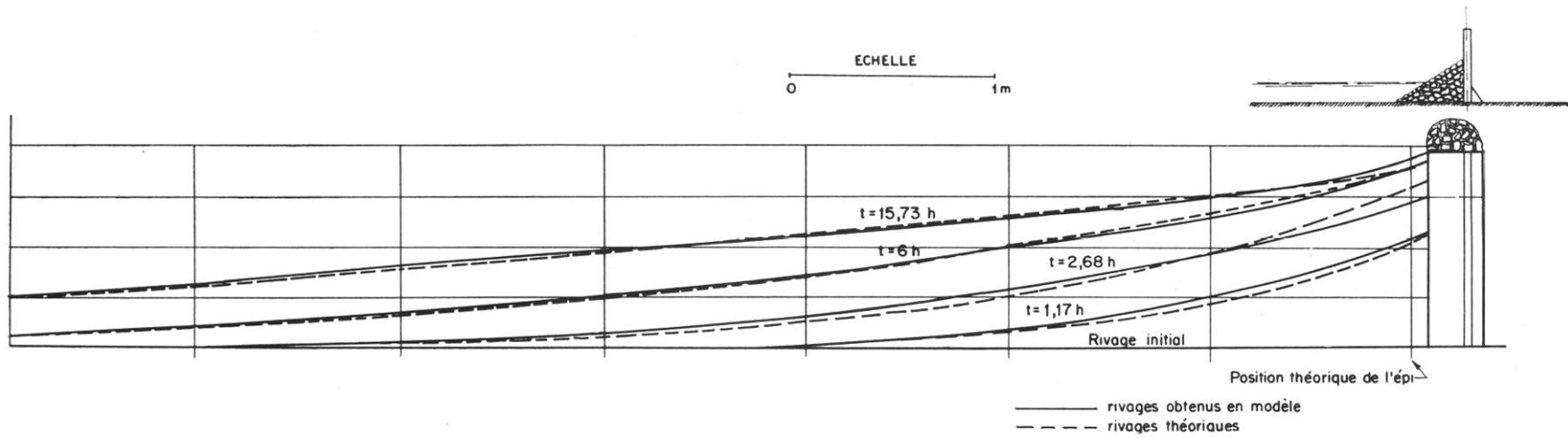


FIG. 9. — Comparaison entre les formes théoriques du rivage et un essai en modèle réduit (Neyrpic).

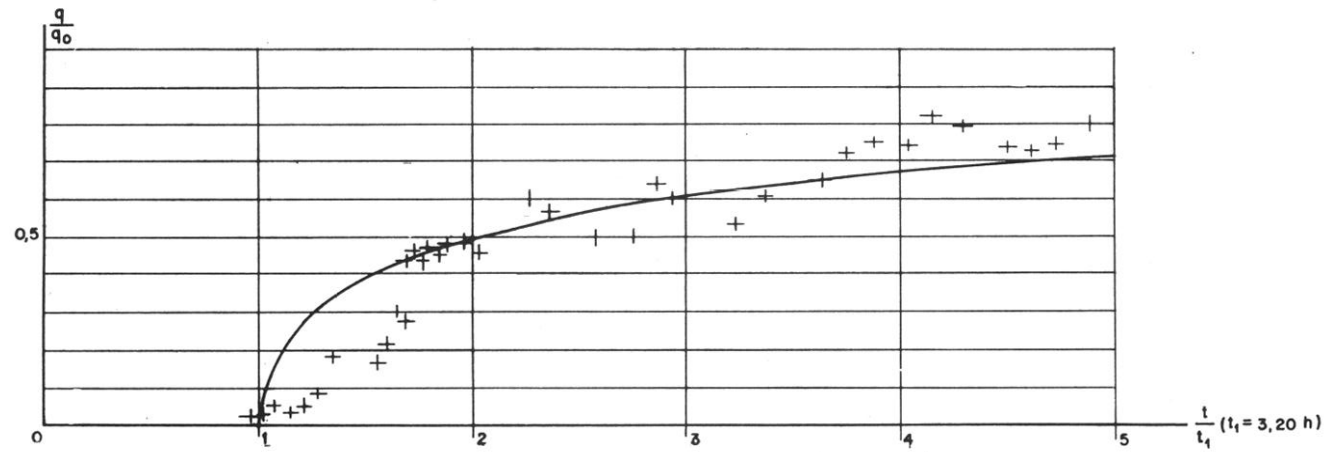


FIG. 10. — Comparaison entre les débits théoriques franchissant le musoir et les débits obtenus en modèle réduit.

et au bout de dix ans l'effet de la perturbation se fera sentir à une distance égale à :

$$3,5 \times 1.550.000 \text{ m.},$$

soit environ 5 km et demi.

Remarque.

Dans la réalité, il existe un spectre de houles et il est facile de constater qu'en général la sommation des débits annuels correspondant à ces houles donne un résultat qui peut encore être assimilé à une droite de part et d'autre d'une orientation du rivage donnant un cheminement nul. Cette orientation est celle de la houle résultante et la théorie s'applique parfaitement en remplaçant par cette résultante la houle unique adoptée dans notre exposé.

Il faut toutefois se méfier du cas où il existe deux directions dominantes très différentes de houles. Dans ce cas, que nous n'avons pas la place de traiter ici, il peut arriver que des zones d'instabilité apparaissent. Si par exemple on fait agir deux houles égales pendant des temps égaux, les directions étant différentes de plus de 100° , un rivage parallèle à la bissectrice des deux directions de crêtes paraît *a priori* pouvoir se maintenir dans le cas d'un cheminement nul. En réalité, ce rivage est instable et il doit apparaître un cap triangulaire analogue à celui existant dans l'île de La Réunion et formant la Pointe des Galets.